

**Exercice 1 : (16 points)**

La société SOSTEM est spécialisée dans la production des eaux minérales. Face à la stagnation de ses ventes, son directeur général envisage de diversifier sa gamme de produits en fabricant sous licence une marque étrangère de boisson énergétique. Pour évaluer les chances de succès du nouveau produit, il a mené une étude de marché permettant de mesurer les intentions d'achat (dont la proportion est notée P) et les dépenses mensuelles en dinars (notées X) que vont consacrer les clients potentiels à l'achat de ce produit. Les résultats sur un échantillon de 200 clients sont les suivants :

$$-\sum_{i=1}^{200} x_i = 3200 \text{ et } \sum_{i=1}^{200} (x_i - \bar{x})^2 = 3409,324.$$

- **80 clients sur 200** ont exprimé leur intention d'acheter le nouveau produit.

- 1- Calculer  $\bar{x}$  et s. (1 point)
- 2- Quelle est l'estimation ponctuelle du montant mensuel moyen dépensé par l'ensemble des clients dans l'achat du nouveau produit. (1 point)
- 3- Construire un intervalle de confiance à 95 % du montant mensuel moyen dépensé par l'ensemble des clients dans l'achat du nouveau produit. (Arrondir à 2 chiffres) (2 points)
- 4- Donner une estimation ponctuelle de la proportion des clients qui achèteront le nouveau produit. (1 point)
- 5- Construire un intervalle de confiance à 90 % de la proportion des clients qui achèteront le nouveau produit. (Arrondir à 4 chiffres) (2 points)
- 6- Dans le cadre d'un dépouillement ultérieur des résultats de l'enquête on a croisé la question suivante sur l'intention d'achat :

Q 1 / êtes-vous intéressé par l'achat d'une boisson énergétique ?

Oui

non

Avec une question sur le revenu des clients potentiels :

Q 11 / revenu mensuel en DT :

Moins que 800

800-1500

Plus que 1500

Ce qui a permis d'établir le tableau croisé suivant :

	$Q_{11}$	Moins que 800	800 – 1500	Plus que 1500	Total
$Q_1$					
Oui		61	36	23	120
Non		39	28	13	80
Total		100	64	36	200

a- Calculer les effectifs théoriques sous l'hypothèse d'indépendance entre les intentions d'achat et le revenu des clients. (1 point)

b- Peut-on conclure au seuil de 5 % que les intentions d'achat sont indépendantes des revenus des clients ? (3 points)

- 7- Supposons que le directeur commercial d'une entreprise concurrente souhaite mener une enquête similaire. Quelle taille d'échantillon est nécessaire pour avoir une confiance de 95 % dans l'estimation du montant moyen dépensé dans la population de ses clients avec une marge d'erreur de 1,20 DT, en supposant que l'écart type est de 9 DT ? (2 points)
- 8- Quelle taille d'échantillon doit retenir ce même directeur pour avoir une confiance de 90 % dans l'estimation de la proportion des clients qui achèteront son produit avec une marge d'erreur de 0,03 ? (2 points)
- 9- Sur la base de vos réponses à (7) et (8), quelle taille d'échantillon ce directeur devrait-il prendre ? (1 point)

**Exercice 2 (4 points) :**

L'autonomie des voitures électriques fabriquées par un constructeur automobile est distribuée normalement avec une moyenne  $m$  et un écart type de 12 km. Sur l'ensemble de la production mensuelle qui est de **800** voitures, on effectue un contrôle de qualité en prélevant **sans remise** un échantillon de **40** voitures qui a donné une autonomie moyenne de 360 km.

- a- Déterminer les limites de l'intervalle qui aurait 95 chances sur 100 d'encadrer la vraie valeur de  $m$ . (3 Points)
- b- Donner la marge d'erreur associée à cette estimation. (1 Point)